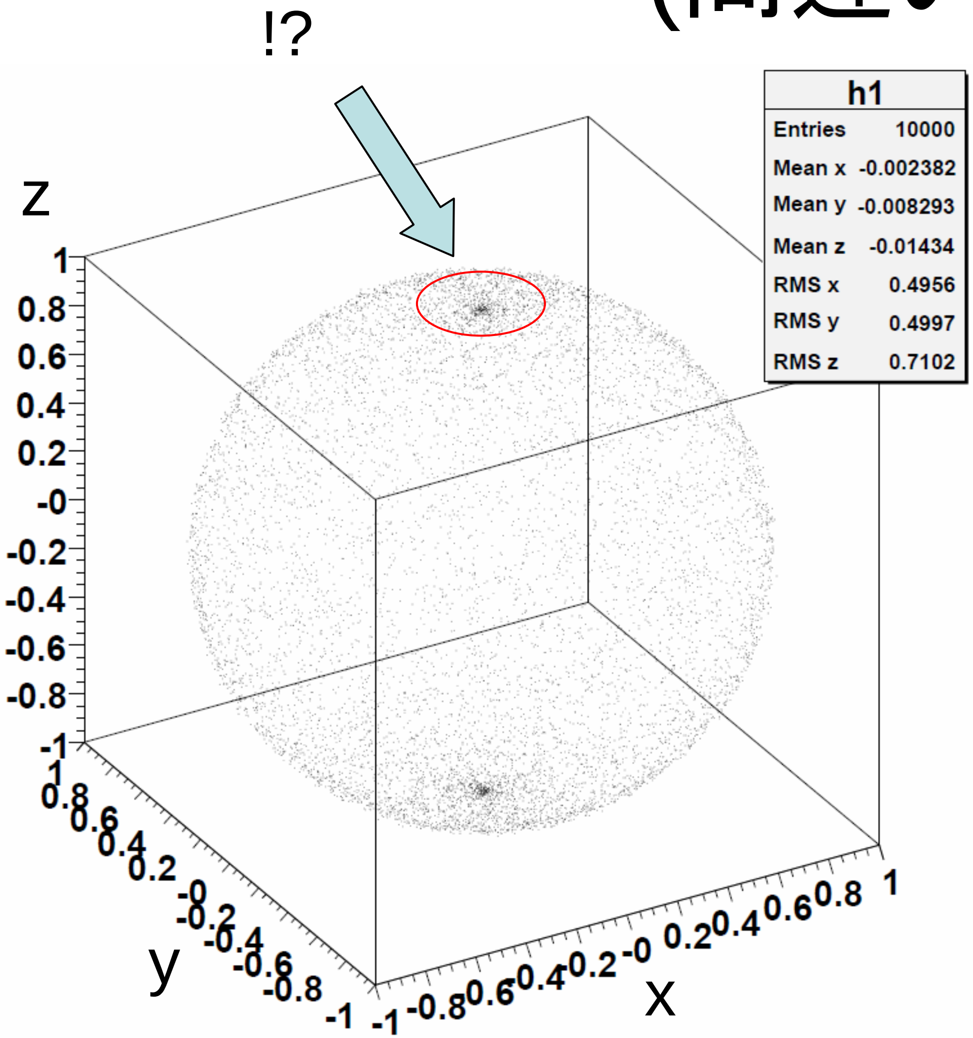
Monte Carlo ゼミ2

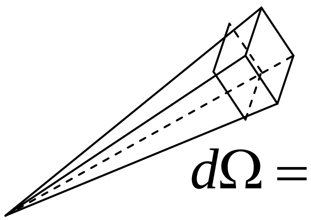
2006/11/22

三次元空間に等方的に生成 (間違いの例)

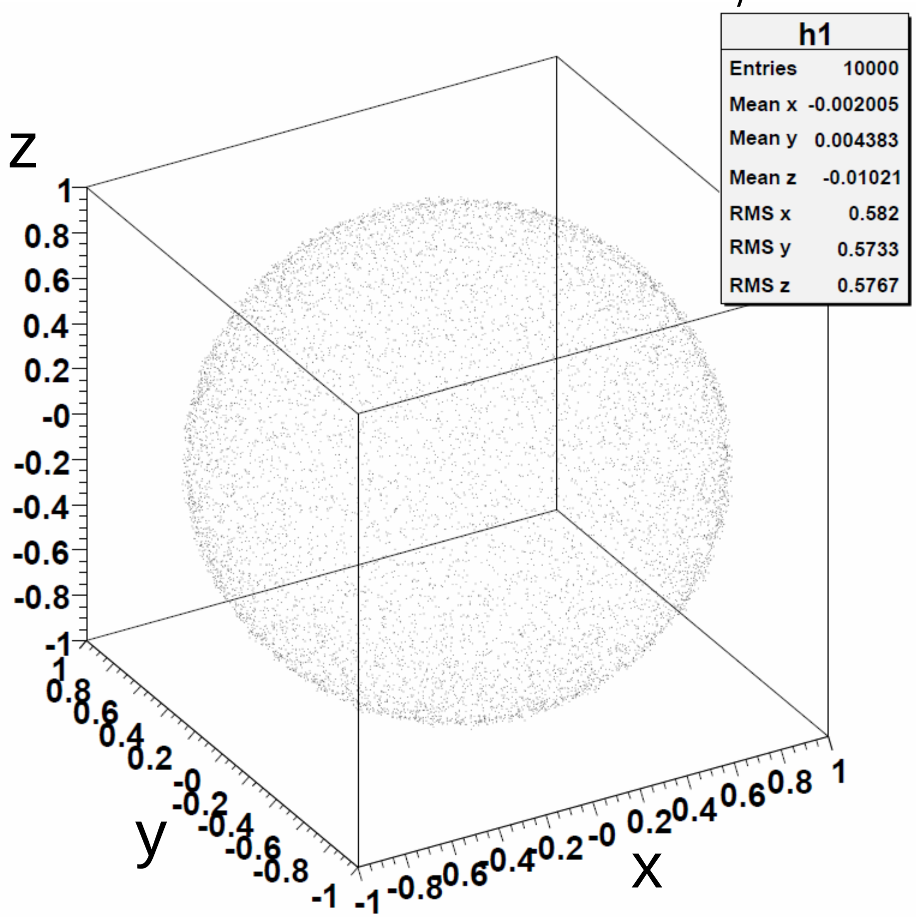


- (θ,ϕ)をどちらも$0<\theta<\pi$, $0<\phi<2\pi$までランダムに振って
- $(x, y, z)=(\sin\theta\cos\phi,$
- $\sin\theta\sin\phi,$
- $\cos\theta)$
- を分布させると、、、、
- $\theta=0, 2\pi$のところに集中している点がある。
- なぜか？

三次元空間に等方的に生成

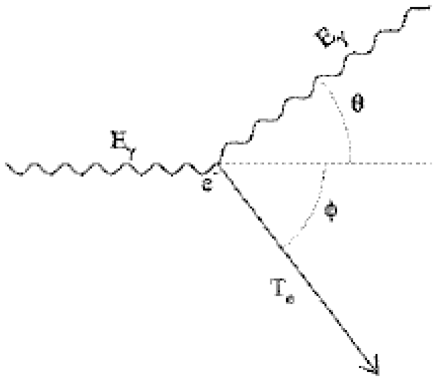


$$d\Omega = d\cos\theta d\phi$$
$$= \sin\theta d\theta d\phi$$



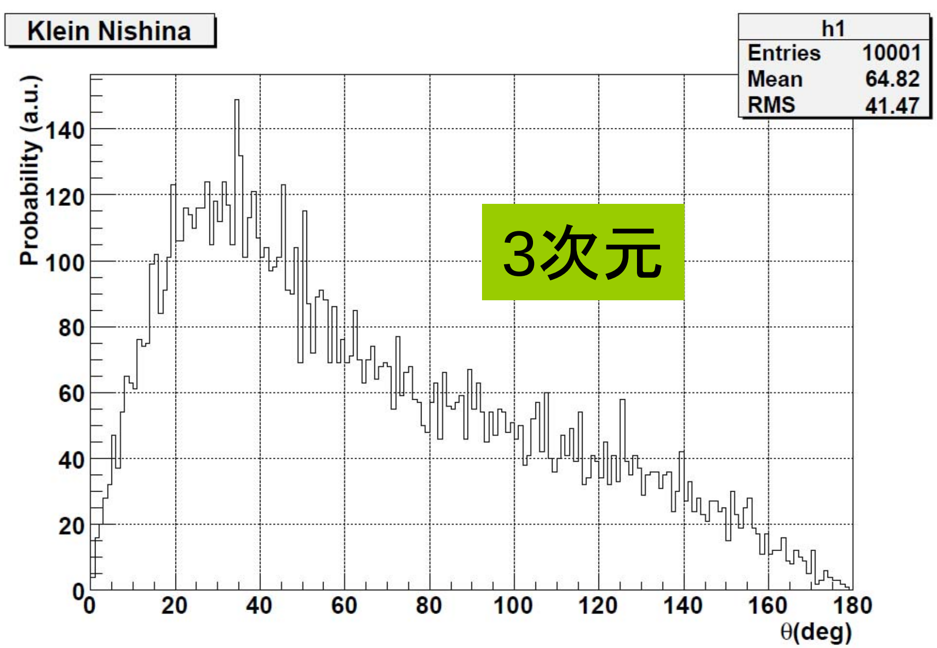
- この場合は立体角dΩを等方に一様に振ることを考える。
- dΩ=sinθdθdϕ
- なので、θを振るときにはsinθの重みをかけて振らないといけない。
- またはcosθを-1から1まで一様に振ってもよい。
- ϕについては0から180度まで一様に振る。
- このような乱数はスペクトロメーターのアクセプタンスを求めたりするときや、3次元での運動学を求めるときに用いられる。

Klein-Nishinaの公式



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1+\gamma(1-\cos\theta)]^2} \left(1+\cos^2\theta + \frac{\gamma^2(1-\cos\theta)^2}{1+\gamma(1-\cos\theta)} \right)$$

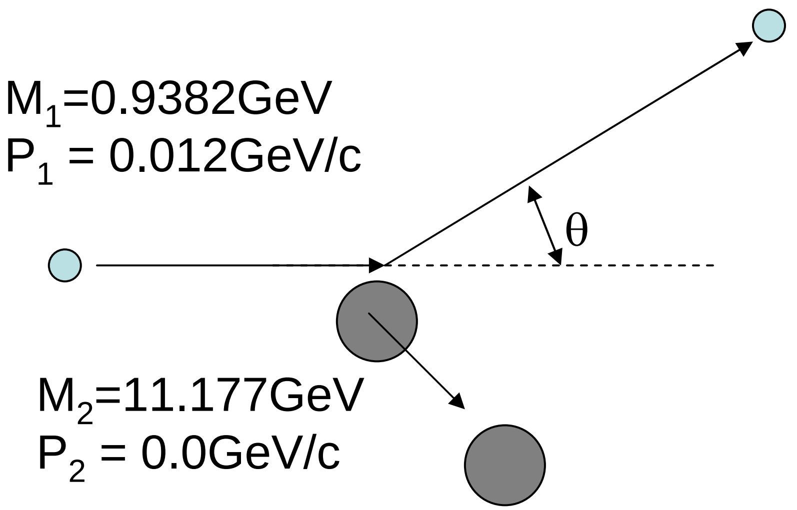
$$\gamma = E_\gamma / m_e c^2$$

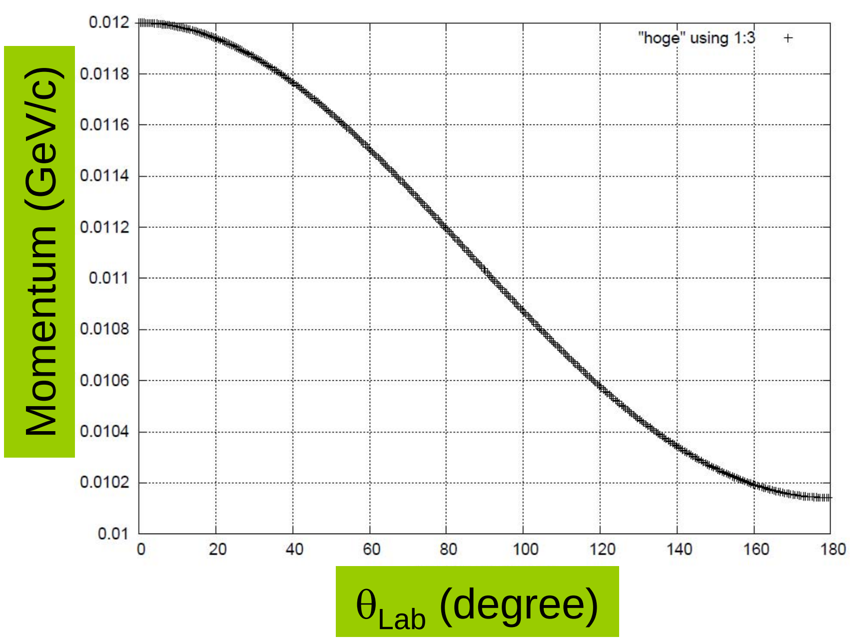


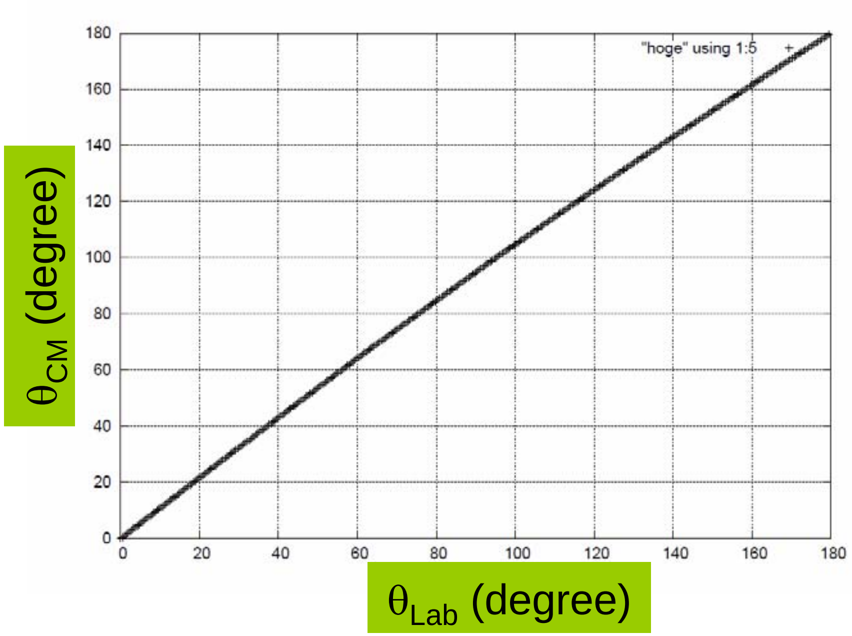
- Klein-Nishinaの式はコンプトン散乱の断面積を表す式
- 光のエネルギーを測定するには光のエネルギーを電子に渡してあげて、その電子のエネルギーを測定する。
  - 光電効果
  - コンプトン散乱
  - 電子陽電子対生成
- Klein-Nishinaの式を使えば、光子はどの角度に散乱されやすいかが分かる。
- これもdΩでの微分断面積になっていることに注意しましょう。
- θについての分布を見ようと思ったらsinθの重みを考慮しましょう。
- 電子に渡されるエネルギーを調べよう。そしてコンプトン散乱のエネルギースペクトルを出そう。

Kinematicsのプログラム

- みんながやったと思われる運動量p=12MeV/cの陽子を炭素標的に当てたときの弾性散乱の運動学
- θ_{Lab}と運動量P_3の関係は？
- θ_{Lab}とθ_{CM}の関係は？
- チェックのポイントは
  - 正しくエネルギーと運動量が保存されているかどうか？
  - 重心と実験室系で

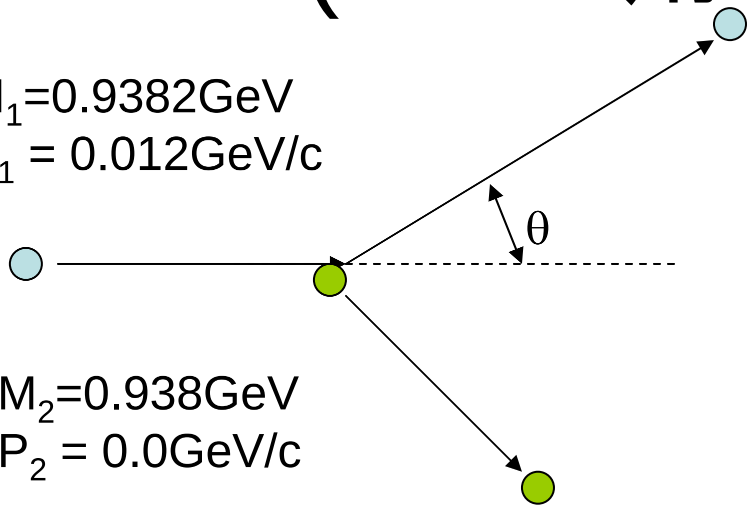






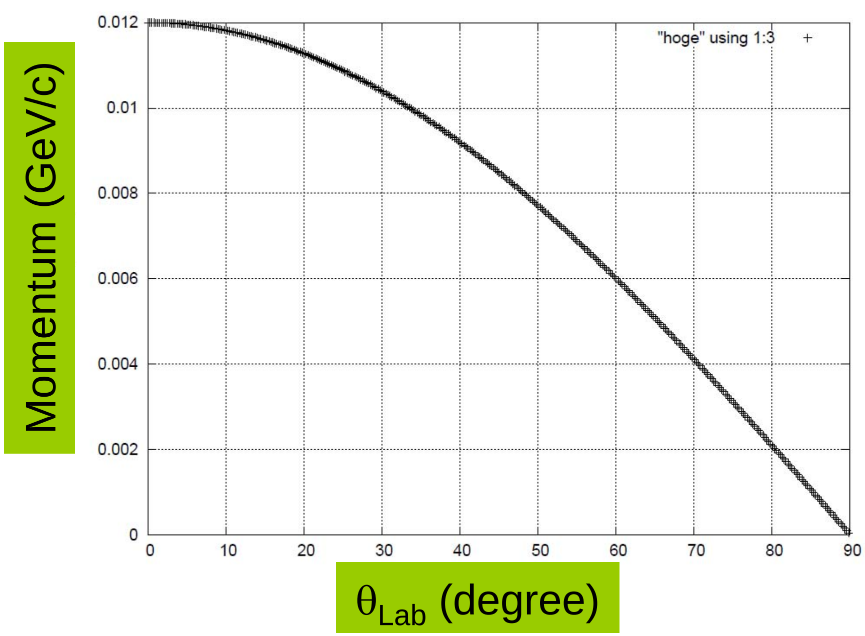
Kinematicsのプログラム (check用の陽子陽子散乱)

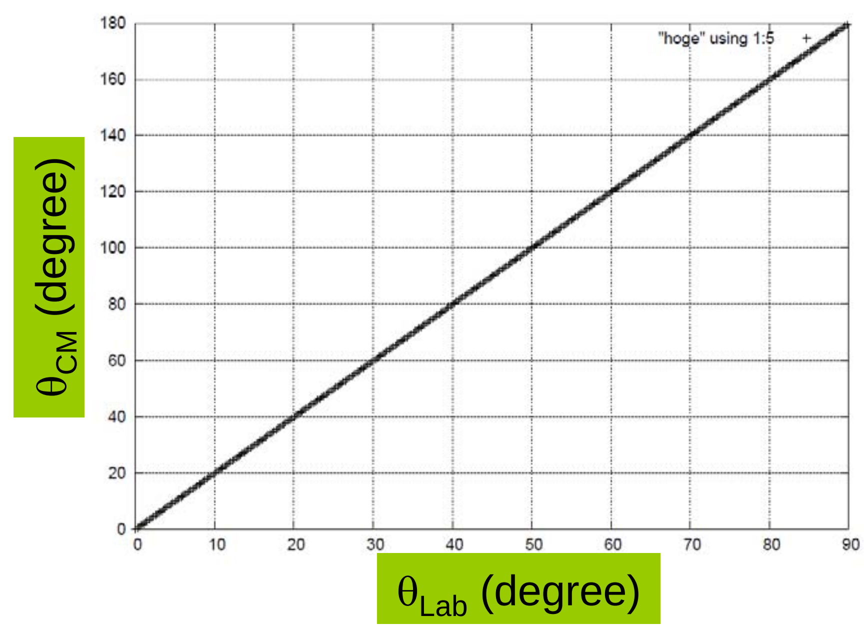
M_1=0.9382GeV
P_1 = 0.012GeV/c



M_2=0.938GeV
P_2 = 0.0GeV/c

- 同じプログラムを使って、陽子陽子散乱を行ってみましょう。
- この場合は粒子が0度から90度までしかいかないことが計算すると分かります。
  - θ_{Lab}=1/2 θ_{CM}





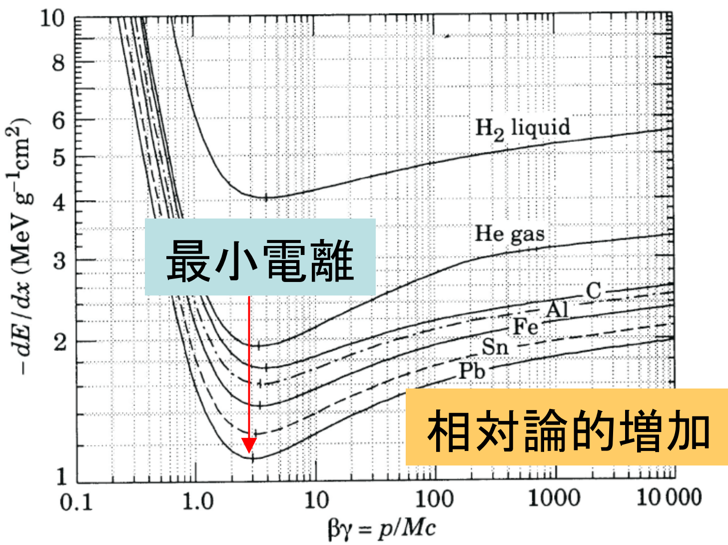
Bethe-Blochの計算式

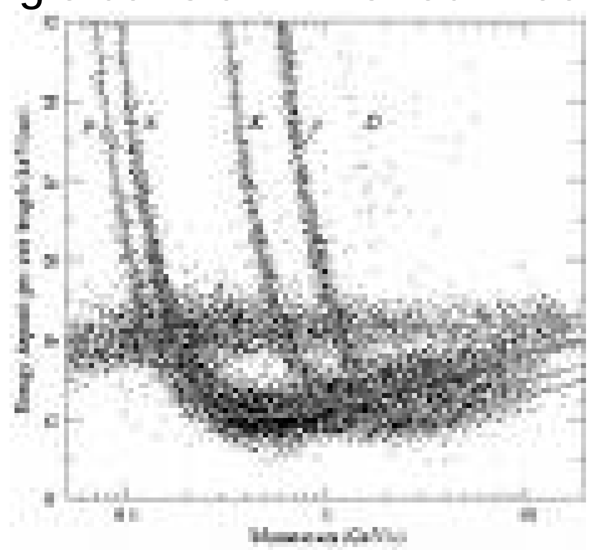
- 荷電粒子が物質の中を通過したときの単位長さあたりのエネルギー損失を計算した式

$$-\frac{dE}{ex} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A}\frac{z^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_e\gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2}\right) - 2\beta^2\right]$$

  - r_e: 古典電子半径 2.817×10^{-13}cm
  - I: 平均励起ポテンシャル [eV!]
  - ρ: 物質の密度 [g/cm^3]
  - Z,A: 物質の原子番号、質量数
  - z: 入射粒子の電荷
  - W_{max}: maximum energy transfer in a single collision --> Check Leo's text

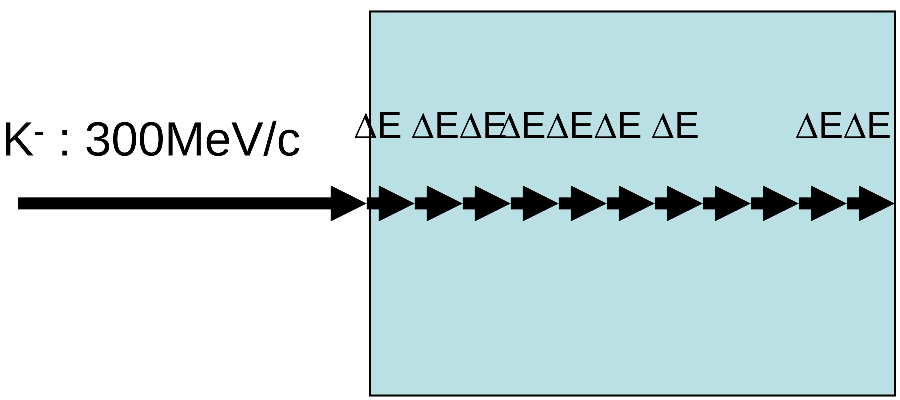
実際には更に密度効果からの補正とshell補正を考慮するのがよりrealistic

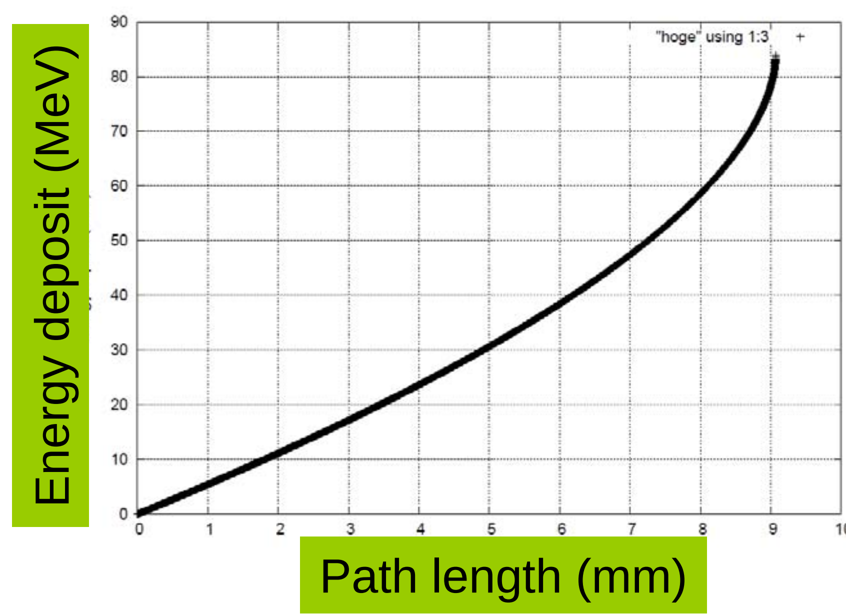




Bethe-Blochの計算式

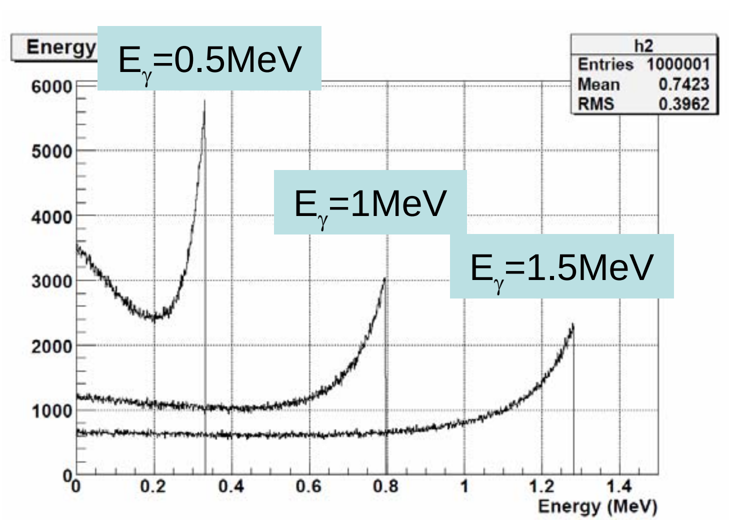
- では、実際に計算して見ましょう･
- 運動量300MeV/cのK-が10cmの厚さのプラスチックシンチレーターに入りました。
- そのときの通過した距離とそれまでに失うエネルギーとの関係を求めましょう。
- 計算に必要な値は、Leo(p26)やBookletの最後の方に載っています。
  - ρ=1.032 [g/cm^3]
  - I = 64.7 [eV]
  - Z/A = 0.53768
- Path lengthと運動量の関係、運動量とdE/dxとの関係も見てみましょう。
- 他の物質にした場合、鉛、鉄、液体水素、アルゴンガスでは？





Compton 散乱のスペクトル

- Klein-Nishinaの断面積と運動学のプログラムを使って、Compton散乱の応答スペクトルを作ろう。それで、下のようなCompton Edgeが見えることを確認しましょう。
- $$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1+\gamma(1-\cos\theta)]^2}\left(1+\cos^2\theta + \frac{\gamma^2(1-\cos\theta)^2}{1+\gamma(1-\cos\theta)}\right)$$
  $$\gamma = E_\gamma / m_e c^2$$
  このθはどうも実験室系での角度なので実験室系での角度θを、Klein-Nishinaの断面積の確率分布にしたがって発生させる。
- 角度θ毎に電子に与えられるエネルギー(すなわち光子が失ったエネルギー)を求める。
- それをヒストグラムに詰める。



- Compton Edgeと呼ばれる特徴てきな分布が見えるはずです。
- γ線のエネルギーを変えてみるとどうなるか？
- 電子に与えられるエネルギーと散乱角度の相関はどうなっているか？

ROOT

- ROOTは素粒子・原子核の解析でよく使われるフリープログラムです。
- PAWもよく使われる同じようなプログラム。
- ROOTはC++でかけるようになっていて
- PAWはFortranベース(マクロはKumacと呼ばれるスクリプト)
- とりあえず使ってみる。
- ホームページはhttp://root.cern.ch
- 使うには環境変数を整える必要がある。
  - ROOTSYS, path, LD_LIBRARY_PATH
  - lambdaにも入ってました。とりあえず環境変数を設定した.cshrcを私のディレクトリに置きました
  - cp /users/miwa9/.cshrc .　とするとOK。
  - source .cshrc　変更した環境変数を反映する
  - root　ってするとROOTが立ち上がる。
  - 私のマクロファイル(test.C)をコピー　(rootの立ち上がっていない端末で)
  - cp /users/miwa9/test.C .
  - root[ ] .x test.C　とすると、ヒストががっ～と出て、おぉっと驚く。

```
void test (){
 gROOT->Reset();
 c1 = new TCanvas("c1","The HSUM example");
 c1->SetGrid();
 // Create some histograms.
 total = new TH1F("total","This is the total distribution",100,-4,4);
 main = new TH1F("main","Main contributor",100,-4,4);
 s1 = new TH1F("s1","This is the first signal",100,-4,4);
 s2 = new TH1F("s2","This is the second signal",100,-4,4);
 // Fill histograms randomly
 gRandom->SetSeed();
 const Int_t kUPDATE = 500;
 Float_t xs1, xs2, xmain;
 for ( Int_t i=0; i<10000; i++) {
   xmain = gRandom->Gaus(-1,1.5);
   xs1 = gRandom->Gaus(-0.5,0.5);
   xs2 = gRandom->Gaus(1,0.3);
  main->Fill(xmain); s1->Fill(xs1,0.3);
  s2->Fill(xs2,0.2);
  total->Fill(xmain);  total->Fill(xs1,0.3); total->Fill(xs2,0.2);
}
 total->Draw("e1p");
 main->Draw("same");
 s1->Draw("same");
 s2->Draw("same");
 c1->Update();
}
```

キャンバスを作る

ヒストグラムの定義

平均値-1, σ=1.5のガウス分布に従う乱数を作る

それぞれのヒストグラムに
値をつめていく

ヒストグラムの表示

ROOTの使いやすいところ

- チュートリアルが整備されている
- http://root.cern.ch/root/Tutorials.html

- マクロをC++で書いて、それをコンパイルせずにROOTの中で実行できる。
- root[] .x test.C　　　　　　　　　　.x (マクロのファイル名)で行ける

γ線の応答関数

- 1MeVのγ線が入ったときのエネルギースペクトラムを作ろう。
  - 反応は光電効果とCompton散乱のみ
  - この2つの反応のどちらが起こるかは、断面積の比で決まる。
  - Comptonが起こる場合は、散乱角度はKlein-Nishinaの式に従う。
  - 検出器の分解能を考慮する
    - Ge $\Delta E/E$ = 0.15%
    - NaI $\Delta E/E$ = 8%
  - このヒストをROOTで作る。

K0の崩壊位置をプロットする。

- $\gamma n \rightarrow K^0{}_s \Lambda$ (p_γ=1.1GeV/c)の反応で、$K^0{}_S$が崩壊する位置を2次元ヒストグラムにプロットする。
- 運動学のプログラムで、とりあえず重心系での角度θ_{CM}を一様に振って$K^0{}_S$を生成する。
- 生成された$K^0{}_S$の実験室系での角度と運動量を求める。
- $c\tau$=2.6786cmである。これを用いて運動量毎に1/eになる距離λを求める。exp(-x/ λ)の分布に従って、崩壊した位置をモンテカルロで決める。
- その場所を2次元ヒストグラムに詰める。